

Simulation de séries extrêmes pour les données météo-océaniques

N. Gorse¹ O.Roustant¹ J.Rohmer² D.Idier²

¹ *IMT, UMR5219 CNRS, INSA, F-31077 Toulouse cedex 4, France,
gorse@insa-toulouse.fr, roustant@insa-toulouse.fr*

² *BRGM, 3 avenue Claude Guillemin, F-45060 Orléans cedex 2, France,
j.rohmer@brgm.fr, d.idier@brgm.fr*

1^{er} avril 2025

Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Cas d'étude
- 3 Modélisation de séries extrêmes
- 4 Application sur notre cas d'étude
- 5 Annexes

Introduction

- Les submersions côtières dépendent fortement des conditions météo-océaniques. Cas de vents violents, hautes vagues et surcote importante.
- **Objectif** : simuler de nouveaux événements extrêmes fidèles aux observations.
- **Intérêt** : améliorer la modélisation numérique des submersions via un plan d'expériences (ROHMER et al. 2022).

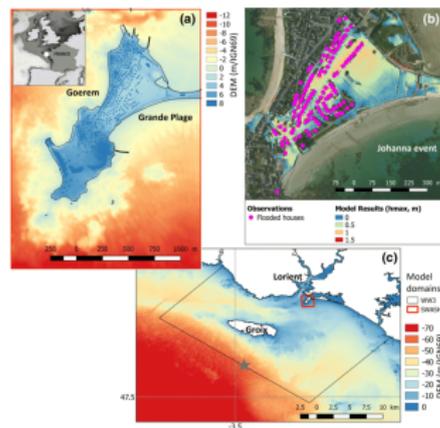


Figure 1 – Exemple de modélisation (Source : IDIER et al. 2020)

- **Originalité** : utiliser en entrée des séries temporelles.
- **Cadre de traitement** : littérature sur les extrêmes (DOMBRY et RIBATET 2015 ; FONDEVILLE et DAVISON 2022) avec des observations **indépendantes et de même loi** (i.i.d).
- Théorie des variations régulières (HULT et LINDSKOG 2005) dans le cas classique. **Hypothèse** : distributions à **queue lourde** en chaque temps.

Cas d'étude

- Poursuite des études (ROHMER et al. 2022, IDIER et al. 2020) sur le site de Gâvres.
- Soit T le temps du pic de la marée. Conditions météo-océaniques présentes sur la période $(T - 3h, T + 3h)$ (pas d'environ 10 minutes).
- Analyse de la Surcote (S) sur la période (1979 – 2016). Voir Figure 2.

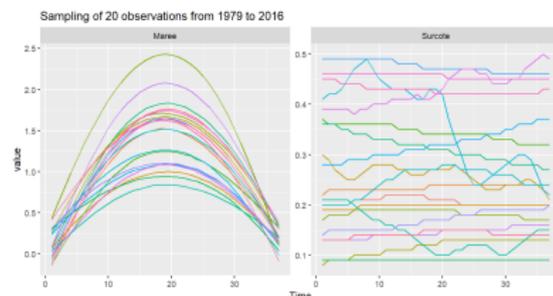


Figure 2 – Exemple de séries temporelles

- X_M^t la valeur de la variable au temps t pour le M ième cycle de marée. X_M^1, \dots, X_M^{37} est ainsi la série temporelle du M ième cycle. Données supposées **indépendantes**. Rejet de l'hypothèse comme $Cov(X_M^t, X_{M+h}^t) \neq 0$ (Pearson).

- X_M^t la valeur de la variable au temps t pour le M ième cycle de marée. X_M^1, \dots, X_M^{37} est ainsi la série temporelle du M ième cycle. Données supposées **indépendantes**. Rejet de l'hypothèse comme $Cov(X_M^t, X_{M+h}^t) \neq 0$ (Pearson).
- **Saisonnalité** : sélectionner les observations d'hiver et une observation sur 3. **Tendances linéaire** : utiliser le modèle $X_M^t = \alpha_t M + Y_M^t$ pour toute valeur de t .

- X_M^t la valeur de la variable au temps t pour le M ème cycle de marée. X_M^1, \dots, X_M^{37} est ainsi la série temporelle du M ème cycle. Données supposées **indépendantes**. Rejet de l'hypothèse comme $Cov(X_M^t, X_{M+h}^t) \neq 0$ (Pearson).
- **Saisonnalité** : sélectionner les observations d'hiver et une observation sur 3. **Tendances linéaire** : utiliser le modèle $X_M^t = \alpha_t M + Y_M^t$ pour toute valeur de t .
- Traiter les corrélations de Y_M^t pour toute valeur de t via un modèle $AR(1)$ $Y_M^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \epsilon_M^t$ (pic de la PACF). Corrélations fortement réduites.

Le type d'extrême des données

- Soit γ_ℓ le paramètre de forme des extrêmes de ℓ . Utiliser $\ell(f) = \|f - \mathbb{I}(f > 0)\|_{L^2}$. **Queue lourde** $\Leftrightarrow \gamma_\ell > 0$.
- L'estimateur de Hill (pour $\gamma_\ell > 0$) ne converge pas (Figure 3).

\Rightarrow **Transformation** nécessaire des données.

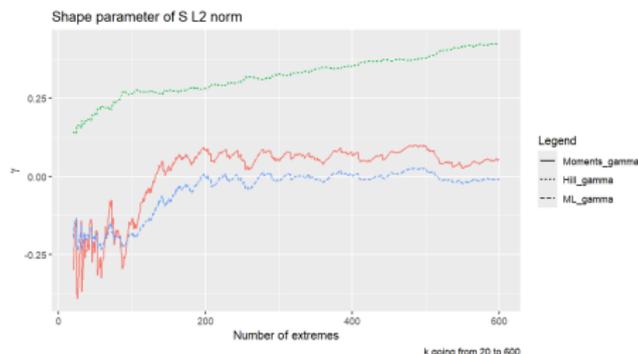


Figure 3 – Estimation de γ avec plusieurs méthodes (ligne pleine : estimateur des moments, ligne de points : estimateur de Hill, ligne de tirets : estimateur MLE)

Modélisation de séries extrêmes

- Nous utiliserons pour la suite le même workflow pour détailler notre méthode.

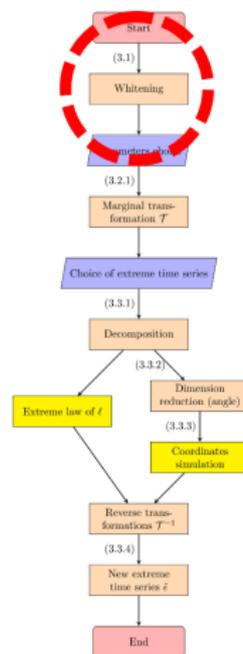


Figure : Structure de la méthodologie

- Nous utiliserons pour la suite le même workflow pour détailler notre méthode.
- **Première étape** : tenir compte des corrélations. Utiliser le modèle autorégressif $Y_M^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \epsilon_M^t$ pour tout temps t .

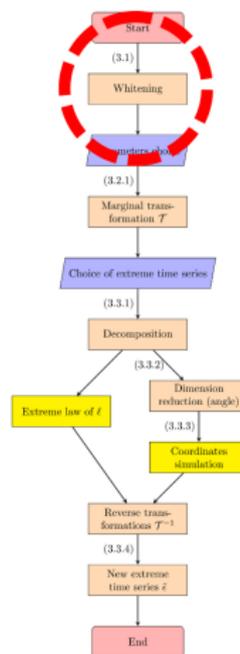


Figure : Structure de la méthodologie

- Nous utiliserons pour la suite le même workflow pour détailler notre méthode.
- **Première étape** : tenir compte des corrélations. Utiliser le modèle autorégressif $Y_M^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \epsilon_M^t$ pour tout temps t .
- Travail sur les séries ϵ_M .

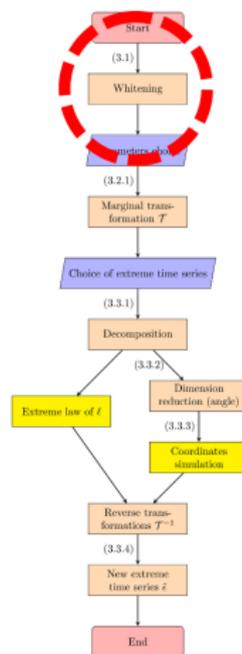


Figure : Structure de la méthodologie

- Le type d'extrême a un lien crucial avec la loi de la variable aléatoire. Soit F_t la fonction de répartition de ϵ_M^t .
- Approcher F_t grâce à \hat{F}_t (OPITZ, ALLARD et MARIETHOZ 2021) définie selon la formule suivante :

$$\hat{F}_t(\epsilon) = \begin{cases} F_t^{emp}(\epsilon) & \text{si } \epsilon < u_t \\ (1 - p_u) + p_u F_{GPD}(u_t, \sigma_t, \gamma_t)(\epsilon) & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

où F_{GPD} est la fonction de répartition d'une loi de Pareto généralisée.

Transformation marginale

- Approcher la densité de ϵ_M^t pour tout t à l'aide de (1).
- **Choix des paramètres de la fonction F_{GPD} .**

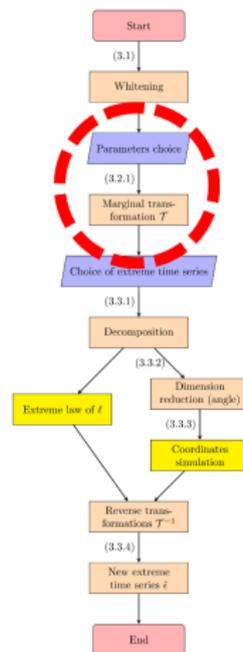


Figure : Structure de la méthodologie

Transformation marginale

- Approcher la densité de ϵ_M^t pour tout t à l'aide de (1).
- **Choix des paramètres de la fonction F_{GPD} .**
- **Seconde étape :** Choisir une transformation \mathcal{T} où $Z_M^t = \mathcal{T}_t(\epsilon_M^t)$ est à queue lourde.

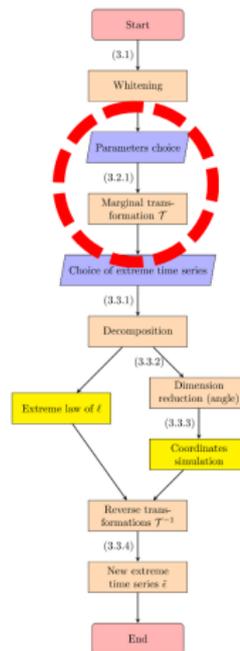


Figure : Structure de la méthodologie

Transformation marginale

- Approcher la densité de ϵ_M^t pour tout t à l'aide de (1).
- **Choix des paramètres de la fonction F_{GPD} .**
- **Seconde étape :** Choisir une transformation \mathcal{T} où $Z_M^t = \mathcal{T}_t(\epsilon_M^t)$ est à queue lourde.
- Utiliser $Z_M^t \sim Frechet(1)$.

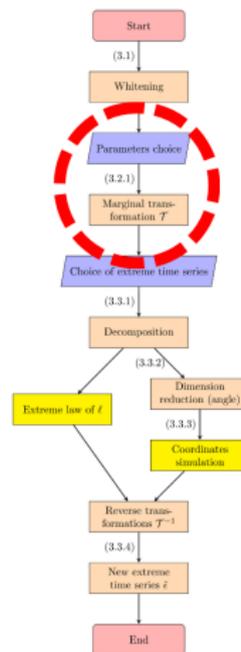


Figure : Structure de la méthodologie

Décomposition polaire et sélection des individus extrêmes

- Appel au cadre de (DOMBRY et RIBATET 2015) et des variations régulières.
- $\ell(\cdot)$ une fonction, $f = Z_M$.
 $\ell(f)$ assez élevée $\Leftrightarrow f$ extrême.

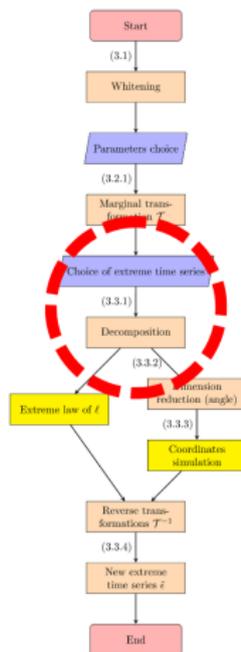


Figure : Structure de la méthodologie

Décomposition polaire et sélection des individus extrêmes

- Appel au cadre de (DOMBRY et RIBATET 2015) et des variations régulières.
- $\ell(\cdot)$ une fonction, $f = Z_M$.
 $\ell(f)$ assez élevée $\Leftrightarrow f$ extrême.
- Utiliser avec $A(f) = f/\ell(f)$ la décomposition
 $f = \ell(f) \times A(f)$.

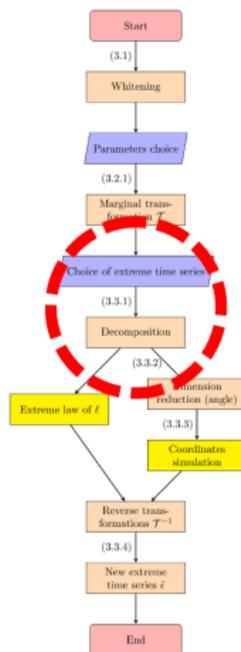


Figure : Structure de la méthodologie

Décomposition polaire et sélection des individus extrêmes

- Appel au cadre de (DOMBRY et RIBATET 2015) et des variations régulières.
- $\ell(\cdot)$ une fonction, $f = Z_M$.
 $\ell(f)$ assez élevée $\Leftrightarrow f$ extrême.
- Utiliser avec $A(f) = f/\ell(f)$ la décomposition
 $f = \ell(f) \times A(f)$.
- Utiliser l'indépendance $\ell(f) \perp\!\!\!\perp A(f)$ lorsque $\ell(f) > u_\ell$ ($u_\ell \rightarrow +\infty$). **Seuil u_ℓ à choisir.**

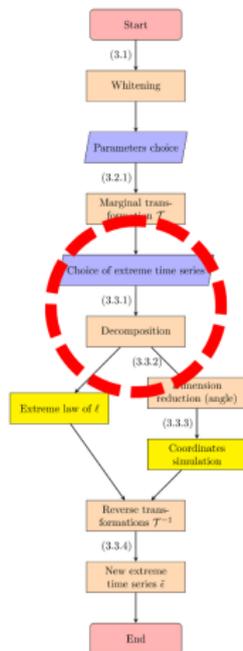


Figure : Structure de la méthodologie

- Nous connaissons la loi de $\ell(f) = \ell(Z_M)$ (loi Pareto) lorsque $\ell(f) > u_\ell$. Loi de $A(f)$ à approcher.

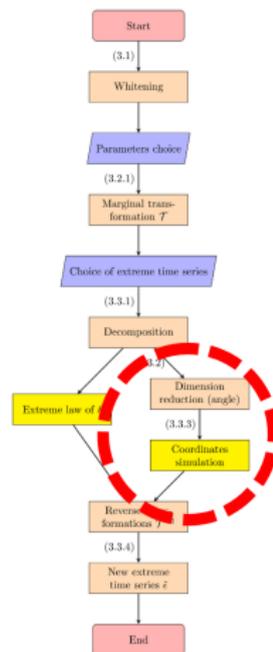


Figure : Structure de la méthodologie

- Nous connaissons la loi de $\ell(f) = \ell(Z_M)$ (loi Pareto) lorsque $\ell(f) > u_\ell$. Loi de $A(f)$ à approcher.
- Analyse en composantes principales (PCA) (CLÉMENÇON, HUET et SABOURIN 2024) pour réduire la dimension de $A(f)$. **Choix du nombre de fonctions propres J .**

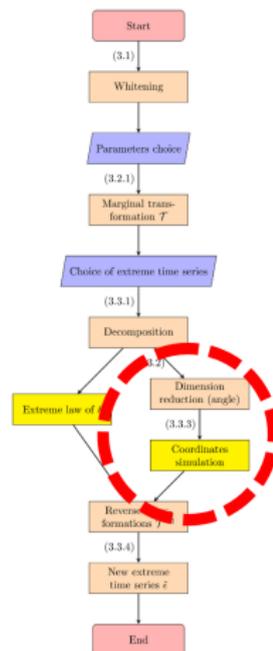


Figure : Structure de la méthodologie

- Nous connaissons la loi de $\ell(f) = \ell(Z_M)$ (loi Pareto) lorsque $\ell(f) > u_\ell$. Loi de $A(f)$ à approcher.
- Analyse en composantes principales (PCA) (CLÉMENÇON, HUET et SABOURIN 2024) pour réduire la dimension de $A(f)$. **Choix du nombre de fonctions propres J .**
- Approcher la loi des coordonnées C_j pour $j = 1, \dots, J$.

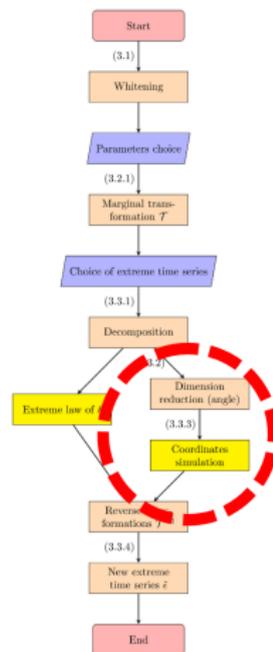


Figure : Structure de la méthodologie

Dernière étape

- Théorie des copules pour approcher la loi des C_j . Nous notons les simulations $\tilde{A}(f)$.
- Retourner les simulations \tilde{Z} (décomposition polaire).
- Transformation inverse \mathcal{T}_t^{-1} pour retourner les séries temporelles extrêmes $\tilde{\epsilon}$.

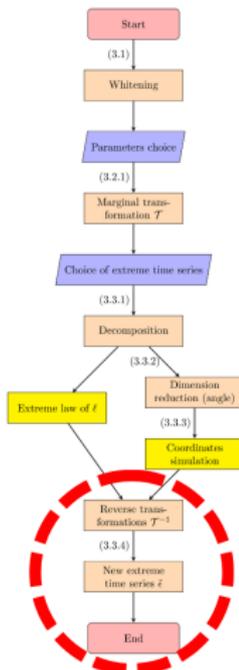


Figure : Structure de la méthodologie

Prédiction de série temporelle Y_M extrême

- **Rappel :**

$$Y_M^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \epsilon_M^t$$

pour tout temps t .

- **Nécessité :** choisir des séries temporelles Y_{M-1} . Tenir compte de la loi du couple $(\epsilon_M^t, Y_{M-1}^t)$.
- Aspect **adaptatif** de la méthodologie.
- Simuler \tilde{Y} à l'aide du modèle AR et des résidus $\tilde{\epsilon}$.

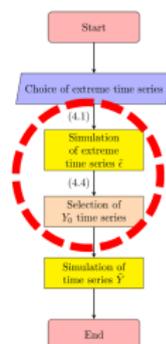


Figure : Structure de la méthodologie

Application sur notre cas d'étude

Introduction

- Nous avons décrit notre méthodologie.
- Nous pouvons maintenant l'appliquer sur notre cas d'étude sur la variable Surcote (Figure 4).

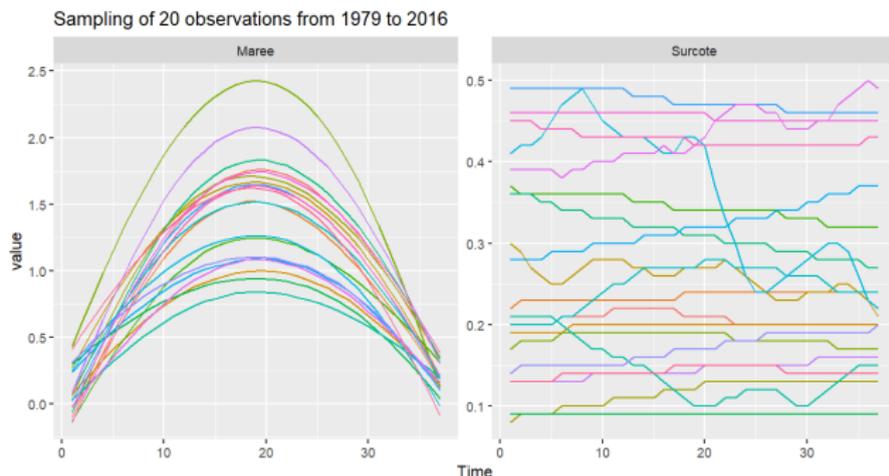


Figure 4 – Exemple de séries temporelles

Choix des paramètres de la transformation

- Appliquer le modèle $Y_M^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \epsilon_M^t$ pour tout temps t .
- Appliquer la transformation \mathcal{T}_t en chaque temps pour obtenir $\mathcal{T}_t(\epsilon_M^t) = Z_M^t \sim \text{Frechet}(1)$.
- Choix des u_t : quantile d'ordre 90% en chaque temps (Figure 5).

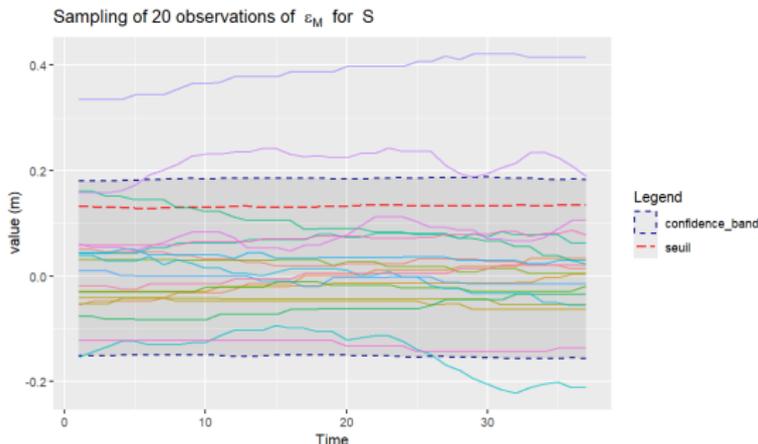


Figure 5 – Echantillon et seuils utilisés pour Surcote

- Rappel : $\ell(\epsilon_M)$ n'est pas à queue lourde.

- **Rappel** : $\ell(\epsilon_M)$ n'est pas à queue lourde.
- Appliquer la transformation \mathcal{T}_t en chaque temps.

Effet de la transformation

- **Rappel** : $\ell(\epsilon_M)$ n'est pas à queue lourde.
- Appliquer la transformation \mathcal{T}_t en chaque temps.
- Observer les extrêmes de $\ell(\mathcal{T}(\epsilon_M))$.

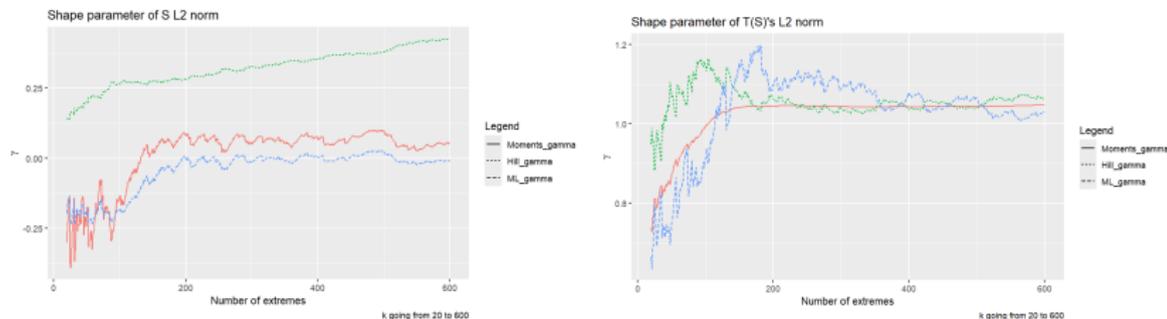


Figure 6 – Evolution de γ pour $\ell(\epsilon_M)$ (gauche) et $\ell(\mathcal{T}(\epsilon_M))$ (droite)

- Choisir les individus extrêmes, vérifiant $\ell(f) > u_\ell$.

- Choisir les individus extrêmes, vérifiant $\ell(f) > u_\ell$.
- **Choix de u_ℓ** : $(A(f) \mid \ell(f) > u_\ell)$ converge $\Leftrightarrow u_\ell$ convenable.

140 séries \rightarrow **7** séries extrêmes par année.

Choix des individus extrêmes

- Choisir les individus extrêmes, vérifiant $l(f) > u_\ell$.
- **Choix de u_ℓ** : $(A(f) \mid l(f) > u_\ell)$ converge $\Leftrightarrow u_\ell$ convenable.

140 séries \rightarrow 7 séries extrêmes par année.

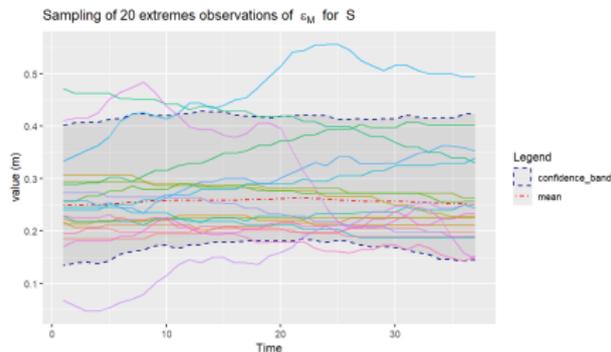


Figure 7 – Observations conservées pour Surcote (échelle originale)

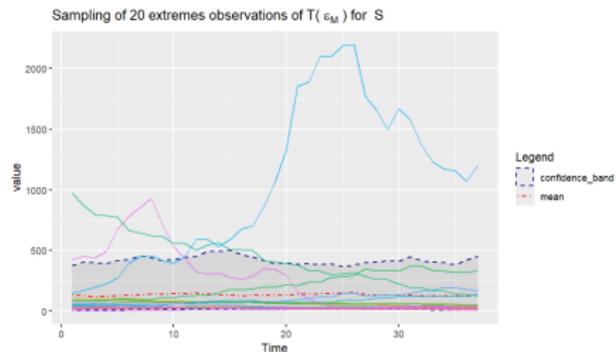


Figure 8 – Observations pour Surcote conservées (échelle Fréchet)

- Décomposition de f . Exprimer $A(f)$ dans une base ACP . **Choix de J via l'évolution de la variance expliquée. 83%** avec $J = 3$ pour **Surcote**.

- Décomposition de f . Exprimer $A(f)$ dans une base ACP . **Choix de J via l'évolution de la variance expliquée. 83%** avec $J = 3$ pour Surcote.
- Approcher la loi des coordonnées via les copules (NAGLER et al. 2023).

- Décomposition de f . Exprimer $A(f)$ dans une base ACP . **Choix de J via l'évolution de la variance expliquée. 83%** avec $J = 3$ pour Surcote.
- Approcher la loi des coordonnées via les copules (NAGLER et al. 2023).
- (λ_+, λ_-) coefficients de queue d'un couple, τ coefficient de corrélation de Kendall. Voir le tableau suivant.

arbre	couple-condition	nom	par	par2	τ	λ_+	λ_-
1	"1;2"	"t"	-0.2	2	-0.2	0.1	0.1
1	"2;3"	"t"	0.3	2	0.2	0.3	0.3
2	"1;3 2"	"t"	-0.2	3.4	-0.1	0.1	0.1

Figure 9 – Modélisation par les copules des coordonnées de $A(f)$

- Comparer les observations aux modèles estimés. **Tests statistiques** : test de White, test KS (SCHEPSMEIER 2019).
- Représenter les coordonnées de $A(f)$ obtenus (Figure 10 et Figure 11).

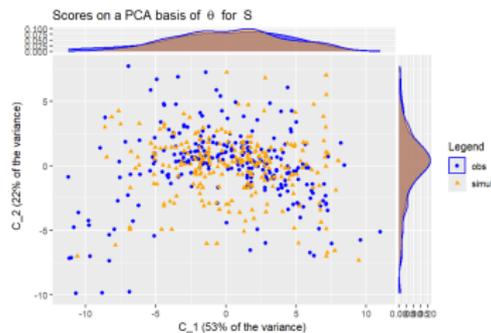


Figure 10 – Coordonnées obtenues pour C_1 et C_2

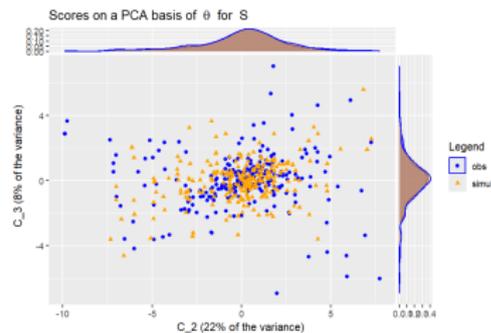


Figure 11 – Coordonnées obtenues pour C_2 et C_3

Approcher la loi de $A(f)$

- Simuler de nouvelles coordonnées à l'aide des copules. Obtenir les simulations $\tilde{A}(f)$ (Figure 12).
- **Acceptation-rejet** : La courbe simulée est conservée si elle est au-dessus de 0 en chaque temps. Simuler ainsi **1000** séries temporelles.

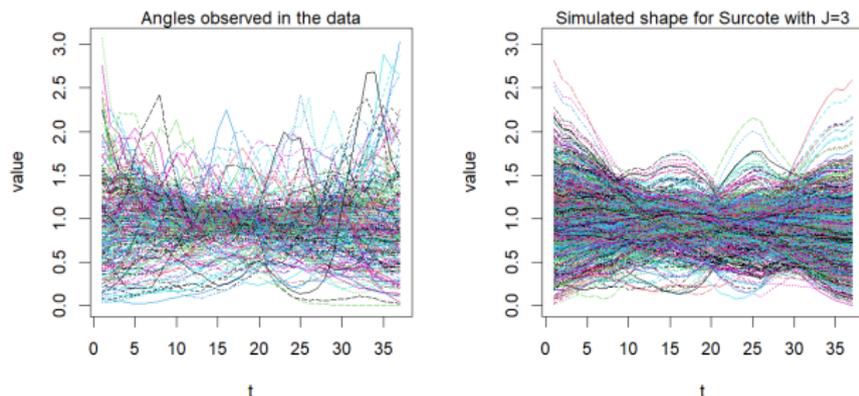


Figure 12 – Simulations de $A(f)$ pour Surcote

- Prédire \tilde{Y}^t via $\tilde{Y}^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \tilde{\epsilon}^t$.

- Prédire \tilde{Y}^t via $\tilde{Y}^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \tilde{\epsilon}^t$.
- Pour un niveau $x = \ell(\tilde{\epsilon})$, sélectionner les observations ayant $\ell(\epsilon_M)$ proches de x . Tirer au hasard un point de cette "fenêtre".

Choix des conditions de la veille Y_{M-1}

- Prédire \tilde{Y}^t via $\tilde{Y}^t = \beta_0^t + \beta_1^t Y_{M-1}^t + \tilde{\epsilon}^t$.
- Pour un niveau $x = \ell(\tilde{\epsilon})$, sélectionner les observations ayant $\ell(\epsilon_M)$ proches de x . Tirer au hasard un point de cette "fenêtre".
- Relation entre $\ell(Y_{M-1})$ et $\ell(\epsilon_M)$ dans les données et dans les simulations.

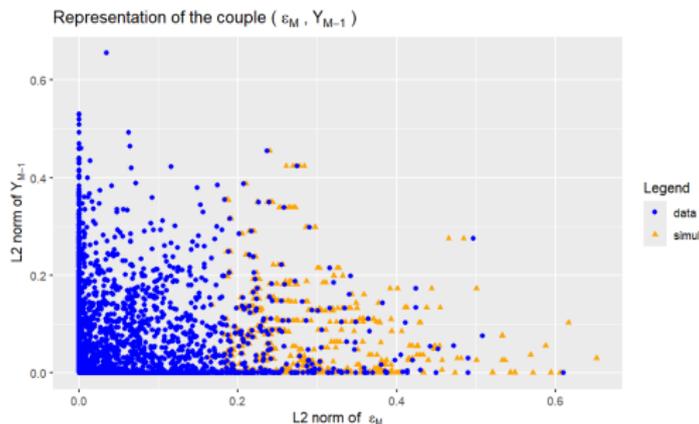


Figure 13 – Relation entre $\ell(\epsilon_M)$ et $\ell(Y_{M-1})$ pour Surcote (points bleus : observations, triangles orange : simulations avec les fenêtres)

Simulations obtenues

- Représenter une partie des simulations et des observations extrêmes (Figure 14).

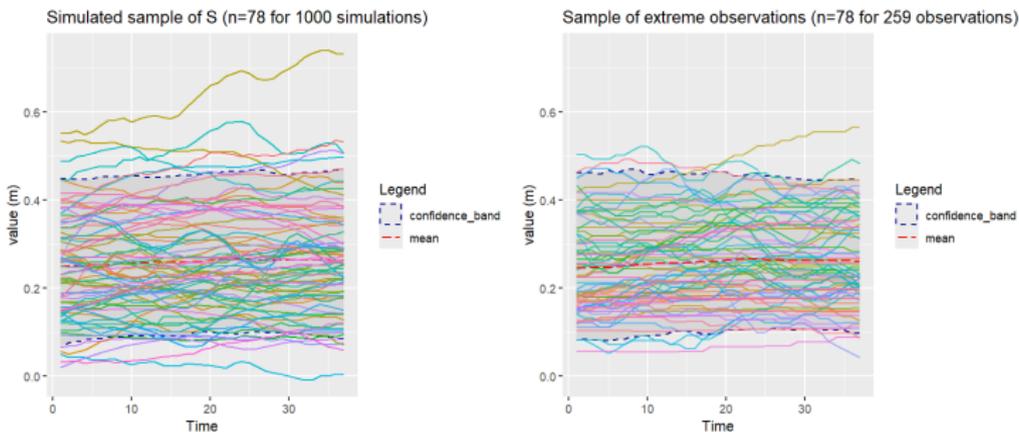


Figure 14 – Comparaison des simulations avec les observations extrêmes de Surscote

- **Analyser la qualité** de nos simulations.

- **Analyser la qualité** de nos simulations.
- **Analyse fonctionnelle** : comparaison de la forme des séries simulées \tilde{Y} avec les observations extrêmes.

- **Analyser la qualité** de nos simulations.
- **Analyse fonctionnelle** : comparaison de la forme des séries simulées \tilde{Y} avec les observations extrêmes.
- **Aspect extrême** : comparaison des valeurs obtenues pour \tilde{Y}^t avec les extrêmes de Y^t .

- **Analyser la qualité** de nos simulations.
- **Analyse fonctionnelle** : comparaison de la forme des séries simulées \tilde{Y} avec les observations extrêmes.
- **Aspect extrême** : comparaison des valeurs obtenues pour \tilde{Y}^t avec les extrêmes de Y^t .
- **Machine learning** : utiliser des algorithmes pour distinguer les simulations des observations.

- Comparer les percentiles obtenus en chaque temps pour les séries temporelles simulées et les observations extrêmes de la base.

Tendances en chaque temps

- Comparer les percentiles obtenus en chaque temps pour les séries temporelles simulées et les observations extrêmes de la base.
- Rééchantillonnage pour obtenir des intervalles de confiance en chaque temps.

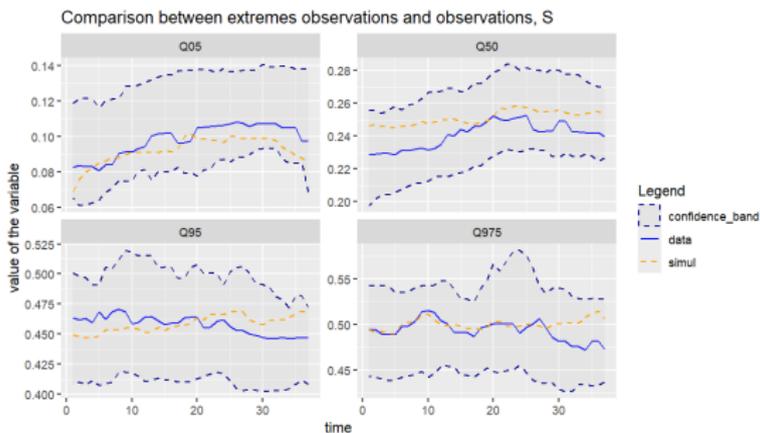


Figure 15 – Percentiles obtenus dans les données et dans les simulations (lignes bleues : données, lignes en pointillés orange : simulations)

- Appel à une analyse en composantes principales (avec standardisation) des angles $A(Y_M)$ des observations extrêmes.

- Appel à une analyse en composantes principales (avec standardisation) des angles $A(Y_M)$ des observations extrêmes.
- Standardiser les simulations en utilisant l'écart-type et la moyenne des données.

Analyse fonctionnelle

- Appel à une analyse en composantes principales (avec standardisation) des angles $A(Y_M)$ des observations extrêmes.
- Standardiser les simulations en utilisant l'écart-type et la moyenne des données.
- Représenter pour un échantillon les coordonnées obtenues. **Les coordonnées sont très proches.**

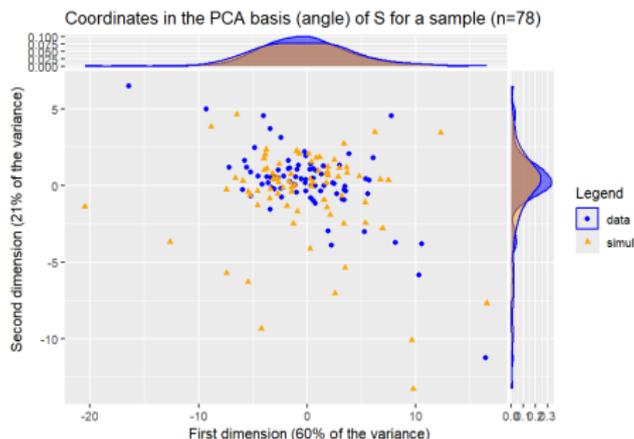


Figure 16 – Coordonnées de l'ACP pour Surcote

- Comparer pour $t = 13, 19$ les valeurs extrêmes obtenues dans les données et les simulations.
- Utiliser la loi théorique ajustée sur les données à t fixé pour fournir un intervalle de confiance (Figure 17).

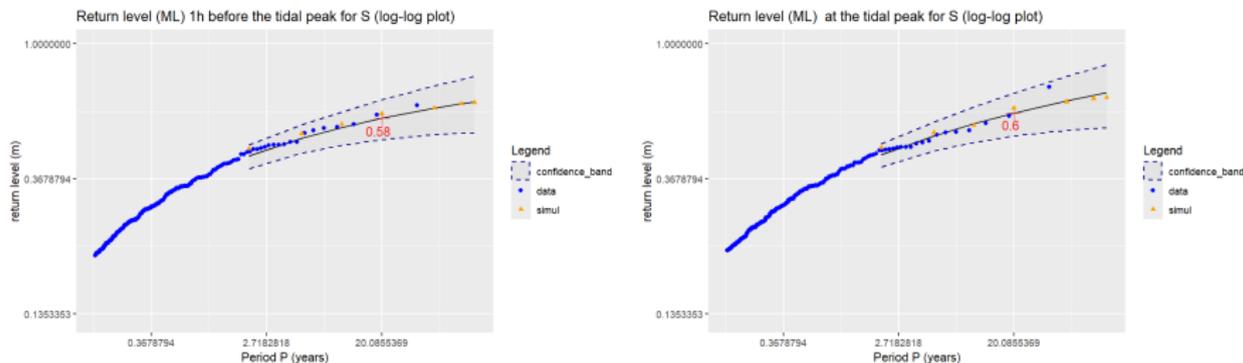


Figure 17 – Niveau de retour pour les simulations (triangles orange) et les observations (points bleus), pour différentes valeurs de t . A gauche : $t = T - 1h$, à droite : $t = T$

Aspect extrême

- Faire de la même manière avec $t = 25, 31$.
- Utiliser de nouveau la loi théorique ajustée sur les données (Figure 18).

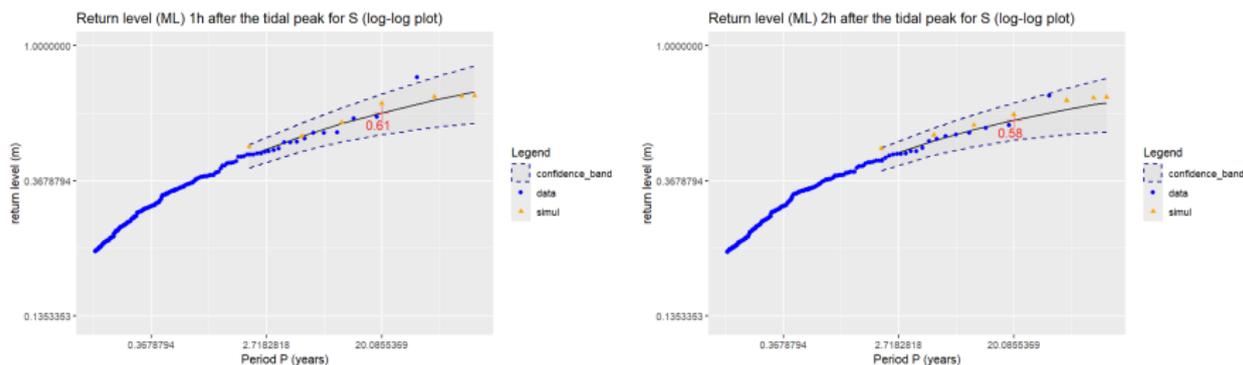


Figure 18 – Niveau de retour pour les simulations (triangles orange) et les observations (points bleus), pour différentes valeurs de t . A gauche : $t = T + 1h$, à droite $t = T + 2h$

- **Problème de classification** : la variable cible y vaut 1 si l'entrée est une série temporelle simulée, 0 sinon.

- **Problème de classification** : la variable cible y vaut 1 si l'entrée est une série temporelle simulée, 0 sinon.
- Soit n le nombre de séries temporelles extrêmes dans nos données. Tirer au hasard n séries temporelles simulées. 70% de la base est utilisée pour l'apprentissage et 30% pour le test.

- **Problème de classification** : la variable cible y vaut 1 si l'entrée est une série temporelle simulée, 0 sinon.
- Soit n le nombre de séries temporelles extrêmes dans nos données. Tirer au hasard n séries temporelles simulées. 70% de la base est utilisée pour l'apprentissage et 30% pour le test.
- Fonction g prédicteur de y , $g(x_i) = y_i$. Utiliser ici un SVM (noyau radial) et un modèle logistique.
- **Objectif** : avoir des simulations **indistinguables** des observations, précision globale proche de 50%.

- Analyser le taux de classification correcte pour Surcote. Considérer les séries temporelles Y , leur norme $\ell(Y)$ ainsi que les angles $A(Y)$.

- Analyser le taux de classification correcte pour Surcote. Considérer les séries temporelles Y , leur norme $\ell(Y)$ ainsi que les angles $A(Y)$.
- Répéter 100 fois l'expérience en tirant plusieurs fois les n séries temporelles simulées. Donner un intervalle de confiance d'ordre 10% du taux de classification correcte.

"Input"	"GLM-logit"	"SVM-radial"
"Y"	"40-51"	"45-56"
"I(Y)"	"44-55"	"42-53"
"A(Y)"	"39-51"	"51-62"

Table 1 – Taux de classification correcte obtenus (chiffres donnés en pourcentage pour les taux de classification correcte)

Notre objectif était de simuler des séries temporelles extrêmes fidèles aux données. Nous pouvons résumer l'approche menée.

- 1 On se place dans le cadre théorique établi dans la littérature.

Notre objectif était de simuler des séries temporelles extrêmes fidèles aux données. Nous pouvons résumer l'approche menée.

- 1 On se place dans le cadre théorique établi dans la littérature.
- 2 Les hypothèses ne sont pas respectées \implies **(a)** corrélations traitées via un $AR(1)$, **(b)** Transformation des données.

Notre objectif était de simuler des séries temporelles extrêmes fidèles aux données. Nous pouvons résumer l'approche menée.

- ① On se place dans le cadre théorique établi dans la littérature.
- ② Les hypothèses ne sont pas respectées \implies **(a)** corrélations traitées via un $AR(1)$, **(b)** Transformation des données.
- ③ Proposition basée sur l'analyse fonctionnelle, les copules et le choix des conditions de la veille.

Notre objectif était de simuler des séries temporelles extrêmes fidèles aux données. Nous pouvons résumer l'approche menée.

- 1 On se place dans le cadre théorique établi dans la littérature.
- 2 Les hypothèses ne sont pas respectées \implies **(a)** corrélations traitées via un $AR(1)$, **(b)** Transformation des données.
- 3 Proposition basée sur l'analyse fonctionnelle, les copules et le choix des conditions de la veille.
- 4 Proposition de plusieurs critères de validation (approche fonctionnelle, machine learning et aspect extrême).

- Le vrai problème posé fait en effet intervenir plusieurs séries temporelles (Figure 19).
- Des outils différents doivent donc être utilisés.

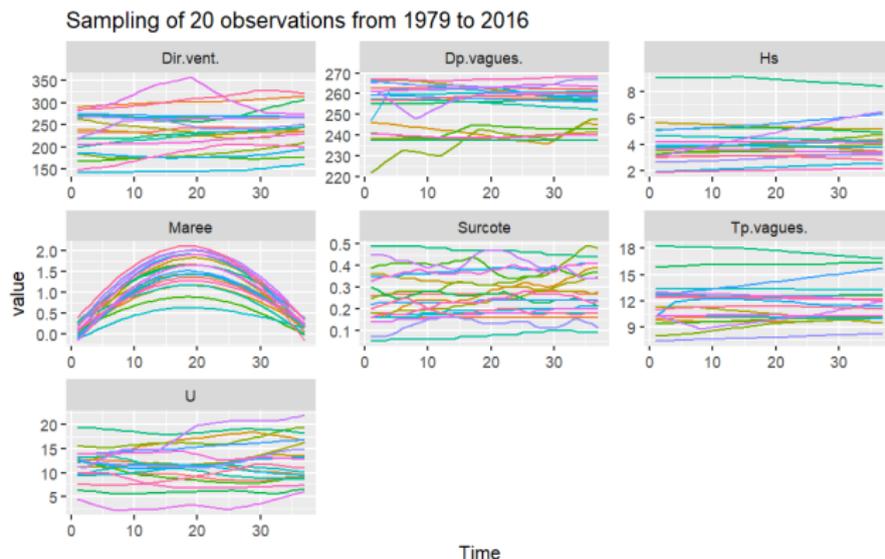


Figure 19 – Ensemble des séries temporelles

-  CLÉMENÇON, S., N. HUET et A. SABOURIN (2024). “Regular variation in Hilbert spaces and principal component analysis for functional extremes”. In : *Stochastic Processes and their Applications* 174, p. 104375.
-  DOMBRY, C. et M. RIBATET (2015). “Functional regular variations, Pareto processes and peaks over threshold”. In : *Statistics and its Interface* 8.1, p. 9-17.
-  FONDEVILLE, R. de et A. C. DAVISON (2022). “Functional peaks-over-threshold analysis”. In : *Journal of the Royal Statistical Society Series B : Statistical Methodology* 84.4, p. 1392-1422.
-  HULT, H. et F. LINDSKOG (2005). “Extremal behavior of regularly varying stochastic processes”. In : *Stochastic Processes and their applications* 115.2, p. 249-274.

-  IDIER, D. et al. (mars 2020). “Coastal flood : a composite method for past events characterisation providing insights in past, present and future hazards—joining historical, statistical and modelling approaches”. In : *Natural Hazards* 101. DOI : [10.1007/s11069-020-03882-4](https://doi.org/10.1007/s11069-020-03882-4).
-  NAGLER, T. et al. (2023). *VineCopula : Statistical Inference of Vine Copulas*. R package version 2.5.0. URL : <https://github.com/tnagler/VineCopula>.
-  OPITZ, T., D. ALLARD et G. MARIETHOZ (2021). “Semi-parametric resampling with extremes”. In : *Spatial Statistics* 42, p. 100445.
-  ROHMER, J. et al. (2022). “Partitioning the contributions of dependent offshore forcing conditions in the probabilistic assessment of future coastal flooding”. In : *Natural Hazards and Earth System Sciences* 22.10, p. 3167-3182.



SCHEPSMEIER, U. (2019). "A goodness-of-fit test for regular vine copula models". In : *Econometric Reviews* 38.1, p. 25-46.

Annexes

Analyse des corrélations

Calculer $Corr(X_M^t, X_{M+h}^t)$ (Pearson) nous donne l' ACF (Figure 20) et la $PACF$ (Figure 21) suivantes

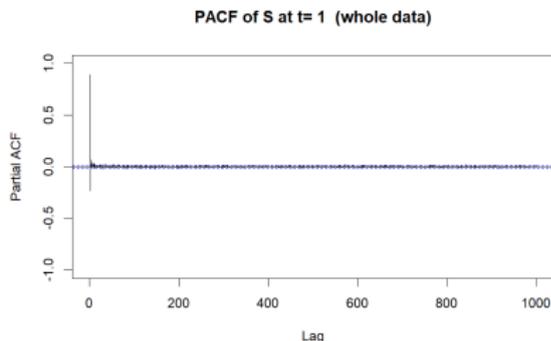
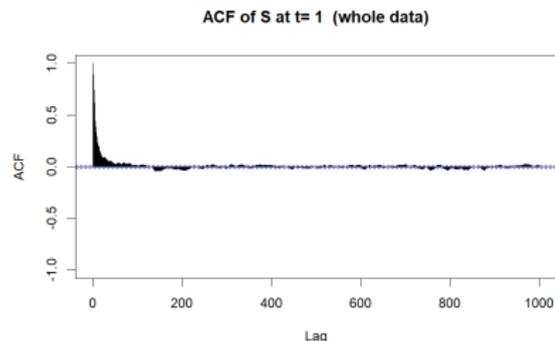


Figure 20 – ACF of S at time $t = 1$ Figure 21 – $PACF$ of S at time $t = 1$

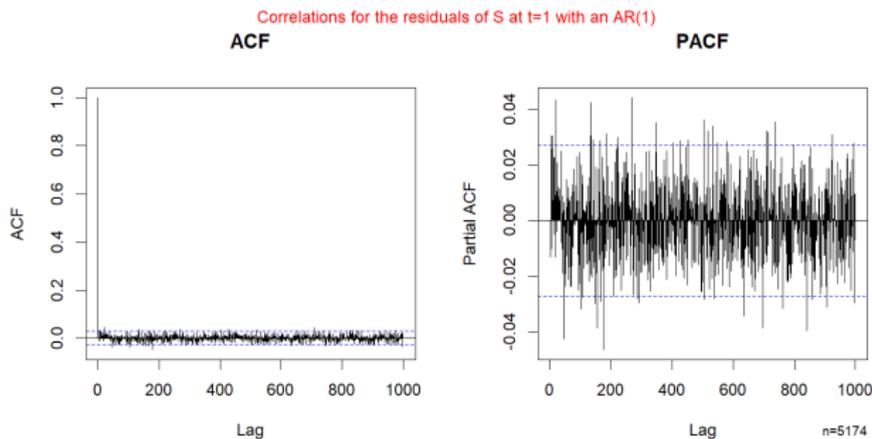


Figure 22 – Autocorrélations et autocorrélations partielles pour les résidus de S à $t = 1$

Diagnostics pour les seuils

- Evolution de l'espérance résiduelle pour u_t à t fixé compris entre la médiane et le quantile d'ordre 98%.
- Représenter la valeur prise en $t = 19$ et en rouge notre choix (Figure 23). **Fonction linéaire après le seuil.**

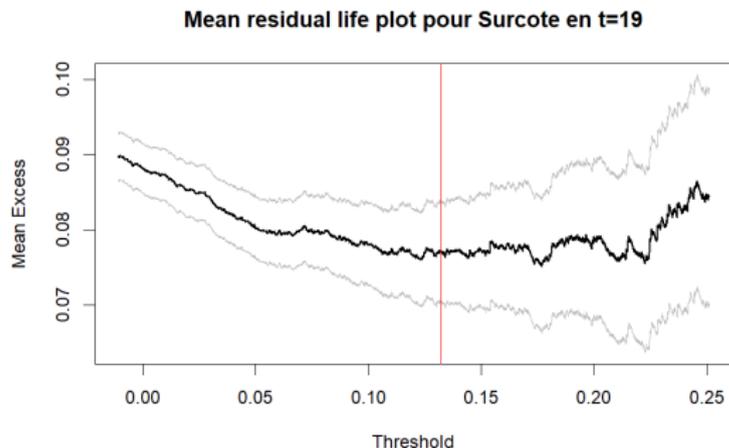


Figure 23 – Evolution de l'espérance résiduelle pour Surcote

Diagnostics pour les seuils

- Evolution des paramètres $(\gamma_t, \tilde{\sigma}_t)$ pour u_t compris entre la médiane et le quantile d'ordre 98%.
- Représenter la valeur prise en $t = 19$ et en rouge notre choix (Figure 24). **Stabilité des estimateurs.**

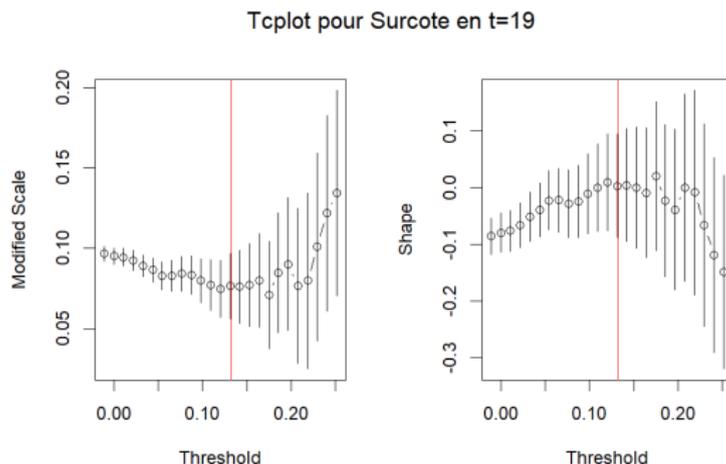


Figure 24 – Evolution des paramètres des extrêmes pour Surcote